### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Запишем уравнение Мещерского (формула взята из источника 1):

1. 𝑀(𝑡) ∗

𝑑𝑣⃗

𝑑𝑡

= 𝑢⃗ ∗

𝑑𝑚

𝑑𝑡

+ 𝐹

M(t) – переменная масса ракеты с топливом m – масса топлива

F – сумма всех внешних сил, действующих на ракету

u – скорость истечения продуктов сгорания из сопла ракетного двигателя

Пренебрегая внешними силами, приведем к уравнению Циолковского:

2. 𝑀(𝑡) ∗

𝑉к

𝑑𝑣

𝑑𝑡

= −𝑢 ∗

𝑀1

𝑑𝑚

𝑑𝑡

𝑑𝑚

3. ∫ 𝑑𝑣

𝑉н

= −𝑢 ∗ ∫

𝑀

𝑀0

4. ∆𝑉 = 𝑢 ∗ ln

𝑀0

𝑀1

= 𝐼 ∗ 𝑔 ∗ ln(1 +

𝑚

)

𝑀1

5.u = I \* g

𝑀0 – масса ракеты с топливом (перед началом полета)

𝑀1 – масса ракеты без топлива

I – удельный импульс ракетного двигателя g – ускорение свободного падения

Уравнение Циолковского в наглядном виде отражает суть реактивного движения, а именно следующее: изменение скорости логарифмически зависит от того, во сколько раз масса топлива больше массы корпуса.

Выведем формулы для расчета изменения массы, скорости и высоты. Для этого запишем уравнение Мещерского с силами тяготения и атмосферного сопротивления:

6. M(t) \* = \* + + \* 𝑝(t) \*

- масса планеты

7.R(t) = +

– радиус планеты

8. 𝐹сопр= ∗ ρ(𝑡) ∗ (𝑣⃗ (𝑡))2 – сила атмосферного сопротивления

с - коэффициент аэродинамического сопротивления, s – площадь поперечного сечения передней поверхности ракеты, ρ(𝑡) − плотность атмосферы

9. = – сила тяготения

10.

11.

12.

Запишем силы на ось Oy:

13.M(t) \* = -u \* k - – n \* 𝑝(t) \*

Предположим, что масса будет меняться линейно:

14. M(t) = – k \* t

Плотность атмосферы ρ прямо пропорционально атмосферному давлению p на данной высоте, являющему собой функцию высоты (h), атмосферного давления на поверхности (p0), и характеристической высоты (H):

15.p = \*

16. ρ = 1.2230948554874 \* p

17. = n \* ρ \*

18.

19. , (k = )

Поделив на (M0 − k ∗ t) получаем:

20. dV =

Таким образом будем находить скорость и высоту:

21.

22.

23.

Данные формулы мы можем использовать только до отделения второй ступени, потому что они не учитывают наклон ракеты при полёте.

По закону сохранения энергии полная энергия постоянна во всех точках орбиты (источник 2):

24.

Планета

A

P

Траектория

Рисунок 1. Схематическое изображение вывода ракеты на эллиптическую орбиту

25.

По 2-му закону Кеплера радиус-вектор планеты в равные промежутки времени описывает равновеликие площади (источник 2):

26.

P

A

Рисунок 2. Второй закон Кеплера

Тогда, при малых значениях ∆𝑡 секторы эллипса можно считать секторами окружностей с радиусами r1 и r2:

27.

28.

Подставим (27) в (26):

29.

Тогда:

30.

31.

Так как 𝑆1 = 𝑆2 то:

32.

Так как ∆𝑡 пренебрежительно мало, то:

Следовательно:

33.

Подставим (25) в (33):

34.

35.

Таким образом мы нашли – скорость, которую необходимо набрать в перицентре, чтобы ракета могла достичь апоцентра. Зная скорость ракеты в перицентре, мы можем найти изменение скорости, необходимое ракете для совершения орбитального маневра. Для этого вычтем из скорости в перицентре линейную скорость объектов, находящихся на поверхности планеты.

Линейная скорость вращения объектов на поверхности планеты (источник2):

36.

Получим:

37.

RK = 600 x 103 м – радиус Кербина;

𝑟 = 6 ч − период обращения Кербина вокруг своей оси

𝜇 = 3.53 ∗ 1012 м3/𝑐2 – гравитационный параметр

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Е.В. Дмитриева, В.С. Плешивцев – «Учебное пособие по физике. Механика»
2. Г.Я. Мякишев – «Физика» 11 класс